

Roberto Rampini

Il 'Rent'

Cos'è il 'Rent'

Il Rent (*Rnt*) è un originale sistema di misurazione su base logaritmica - da me ideato nel Maggio 2016 - il quale suddivide l'intervallo musicale d'ottava (2/1) in 4296 particelle proporzionali, ciascuna equivalente al valore di 1,000161360126213774502161677939 (numero ottenuto con l'estrazione della radice 4296esima di 2).

Genesi del Sistema

Per la realizzazione del mio *the Well-Tempered Software* (un programma per *PC Windows* dedicato alla creazione, elaborazione e studio di qualsiasi sistema di temperamento-accordatura destinato ai consueti strumenti a tastiera a dodici tasti per ottava) avevo in un primo momento pensato di usare a livello computazionale i *Cent*, il noto e pratico sistema di misurazione logaritmica ideato da Alessandro Ellis (1814-1890) che suddivide l'ottava in 1200 particelle proporzionali.

Ben presto mi accorsi però che questo sistema non soddisfaceva tutti i requisiti del programma poiché presentava delle evidenti limitazioni: avvertii dunque la necessità di crearne uno specifico, al quale infine giunsi grazie ad un apposito algoritmo da me scritto (che ricercò in modo sistematico i valori più adatti allo scopo). La scelta cadde infine su quello che avrei battezzato *Rent* (sia per assonanza linguistica con i *Cent*, sia perché la parola 'rent' in inglese ha anche il significato di 'divisione'... termine che risultava in questo caso quanto mai appropriato!).

Vantaggi dei *Rent* rispetto ai *Cent*

I vantaggi offerti dal sistema dei *Rent* rispetto ai *Cent* sono sostanzialmente tre:

1) Il sistema dei *Rent*, suddividendo l'ottava in 4296 particelle contro le sole 1200 dei *Cent*, è un sistema tre volte e mezza circa più preciso di quest'ultimo (1 *Rent* = 3,58 *Cent*)

2) A differenza dei *Cent*, i *Rent* determinano i due fondamentali intervalli di quinta giusta (1,5) e terza maggiore perfetta (1,25) mediante numeri riconducibili a valori interi con maggior precisione.

Mediante la formula $C = 3986,313713864834817444383315873 \log_{10} \text{Int}$ (dove *Int* = rapporto dell'intervallo) nel sistema dei *Cent* si ottiene infatti il valore 701,955... per l'intervallo di quinta giusta e il valore 386,3137... per l'intervallo di terza maggiore perfetta (ben differenti, soprattutto il secondo, dai valori arrotondati - e nella pratica 'tollerati' - di 702 e 386 *Cent*). Nel caso dei *Rent* invece (mediante la formula $Rnt = 14271,00309563610864650892269086 \log_{10} \text{Int}$) i due intervalli equivalenti 2512,9989... e 1383,003... risultano assai più precisi e vicini ai corrispondenti valori interi arrotondati di 2513 e 1383.

3) Il valore del ‘comma pitagorico’ ottenuto nel sistema dei *Rent* (84) risulta assai più versatile e preciso del corrispondente valore offerto dai *Cent* (23,5).

Il comma pitagorico (o ‘ditonico’, valore frazionario pari a $531441/524288$) è un intervallo molto importante nei sistemi di temperamento per gli strumenti a tastiera, essendo il valore che, al termine del cosiddetto ‘Circolo delle quinte’, rappresenta l’eccedenza del Si# rispetto al Do, ed è quindi l’inevitabile ‘errore di approssimazione/compromesso’ che dev’essere poi redistribuito nei più svariati modi fra le dodici note della scala cromatica: poiché il comma pitagorico è tradizionalmente ripartito negli intervalli previsti mediante l’uso di valori frazionari (ad es. $1/4$, $1/5$, $1/6$...), il valore ‘84’ si presta in pratica ad un maggior numero di ‘conversioni’ rispetto al ‘23,5’ dei *Cent* (affinché non vengano utilizzati nei calcoli troppi valori decimali che, alla fine, possono condurre ad approssimazioni eccessive).

Ulteriori considerazioni

Nel sistema dei *Rent* il numero di particelle che dividono l’ottava (4296) è divisibile per 12 (come nel caso dei *Cent*), e dunque gli intervalli di semitono della scala cromatica temperata sono individuati anche in questo caso da numeri interi: benché il valore di 358 *Rent* per semitono offra una minor ‘immediatezza comparativa’ rispetto ai multipli di 100 offerti dai *Cent*, questa formale ‘scomodità’ è un fattore del tutto secondario e irrilevante per i fini computazionali, soprattutto se paragonato ai più essenziali vantaggi descritti in precedenza.

Nella pagina seguente ho riportata una tabella comparativa dei principali intervalli nei sistemi naturale, pitagorico ed equabile, nella quale i valori in *Rent* e *Cent* sono stati tutti arrotondati alla prima cifra decimale (si noti che nel primo caso compaiono solo valori interi, nel secondo caso molti valori decimali).

- © Roberto Rampini 2016 -

Proprietà dell’Autore

- Tutti i diritti riservati -

WWW.robtorampini.it

TAVOLA RIASSUNTIVA INTERVALLI (Pitagorica, Naturale, Equabile)

Scala Do		Rent	Frazionario	Decimale	Cent	Procedimento	Formula
Do	Unisono	0	1/1	1	0	Unisono	1
	Schisma	7	32805/32768	1,0011291504	2	Comma pitagorico - Comma sintonico	531441/524288 * 80/81
	Comma sintonico	77	81/80	1,0125	21,5	Seconda magg.gran. - Seconda magg.picc.	9/8 * 9/10
Si#	Comma pitagorico	84	531441/524288	1,0136432648	23,5	12 Quinte - 7 Ottave	(3/2)^12 * 1/128
	Quarto di tono equabile	179	2^(1/24)	1,029302237	50	Radice 24esima di 2	2^(1/24)
Do#	Semitono cromatico naturale	253	25/24	1,0416666667	70,7	Terza magg. naturale - Terza min. naturale	5/4 * 5/6
Reb	Seconda minore greca (Limma)	323	256/243	1,0534979424	90,2	3 Ottave - 5 Quinte	8 * (2/3)^5
	Semitono equabile	358	2^(1/12)	1,059463094	100	Radice 12esima di 2	2^(1/12)
	Semitono diatonico naturale	400	16/15	1,0666666667	111,7	Quarta - Terza magg. naturale	4/3 * 4/5
Do#	Semitono cromatico (Apotome)	407	2187/2048	1,0678710938	113,7	7 Quinte - 4 Ottave	(3/2)^7 * 1/16
Reb	Seconda minore naturale	477	27/25	1,08	133,2	Seconda magg. nat. gran. - Semit. crom. nat.	9/8 * 24/25
	3 quarti di tono equabili	537	2^(1/8)	1,090507733	150	Radice ottava di 2	2^(1/8)
	Seconda maggiore naturale piccola	653	10/9	1,1111111111	182,4	Terza magg. nat. - Seconda magg. nat. gran.	5/4 * 8/9
	Seconda maggiore equabile	716	2^(1/6)	1,122462048	200	Radice sesta di 2	2^(1/6)
Re	Seconda maggiore greca	730	9/8	1,125	203,9	2 Quinte - 1 Ottava	(3/2)^2 * 1/2
Re	Seconda maggiore naturale grande	730	9/8	1,125	203,9	2 Quinte - 1 Ottava	(3/2)^2 * 1/2
	5 quarti di tono equabili	895	2^(5/24)	1,155352697	250	Radice 24/5 di 2	2^(5/24)
Re#	Seconda eccedente naturale	983	75/64	1,171875	274,6	Seconda magg. nat. gran. + Semit. crom. nat.	9/8 * 25/24
Mib	Terza minore greca	1053	32/27	1,1851851852	294,1	2 Ottave - 3 Quinte	4 * (2/3)^3
	Terza minore equabile	1074	2^(1/4)	1,189207115	300	Radice quarta di 2	2^(1/4)
Mib	Terza minore naturale	1130	6/5	1,2	315,6	Quinta - Terza magg. naturale	3/2 * 4/5
Re#	Seconda eccedente greca	1137	19683/16384	1,2013549805	317,6	9 Quinte - 5 Ottave	(3/2)^9 * 1/32
	7 quarti di tono equabili	1253	2^(7/24)	1,224053543	350	Radice 24/7 di 2	2^(7/24)
Fab	Quarta diminuita greca	1376	8192/6561	1,2485901539	384,4	5 Ottave - 8 Quinte	32 * (2/3)^8
Mi	Terza maggiore naturale	1383	5/4	1,25	386,3	Terza maggiore naturale	5/4
	Terza maggiore equabile	1432	2^(1/3)	1,25992105	400	Radice cubica di 2	2^(1/3)
Mi	Terza maggiore greca	1460	81/64	1,265625	407,8	4 Quinte - 2 Ottave	(3/2)^4 * 1/4
Fab	Quarta diminuita naturale	1530	32/25	1,28	427,4	Quarta - Semitono crom. naturale	4/3 * 24/25
	9 quarti di tono equabili	1611	2^(3/8)	1,296839555	450	Radice 8/3 di 2	2^(3/8)
Mi#	Terza eccedente naturale	1636	125/96	1,3020833333	457	Terza magg. nat. + Semitono crom. nat.	5/4 * 25/24
Fa	Quarta giusta naturale	1783	4/3	1,3333333333	498	Ottava - Quinta	2 * 2/3
Fa	Quarta giusta greca	1783	4/3	1,3333333333	498	Ottava - Quinta	2 * 2/3
	Quarta giusta equabile	1790	2^(5/12)	1,334839854	500	Radice 12/5 di 2	2^(5/12)
Mi#	Terza eccedente greca	1867	177147/131072	1,3515243530	521,5	11 Quinte - 6 Ottave	(3/2)^11 * 1/64
	11 quarti di tono equabili	1969	2^(11/24)	1,373953647	550	Radice 24/11 di 2	2^(11/24)
Fa#	Quarta eccedente naturale	2036	25/18	1,3888888889	568,7	Quarta + Semitono crom. naturale	4/3 * 25/24
Solb	Quinta diminuita greca	2106	1024/729	1,4046639232	588,3	4 Ottave - 6 Quinte	16 * (2/3)^6
	Quarta eccedente equabile	2148	2^(1/2)	1,414213562	600	Radice quadrata di 2	2^(1/2)
Fa#	Quarta eccedente greca	2190	729/512	1,423828125	611,7	6 Quinte - 3 Ottave	(3/2)^6 * 1/8
Solb	Quinta diminuita naturale	2260	36/25	1,44	631,3	Quinta - Semitono crom. naturale	3/2 * 24/25
	13 quarti di tono equabili	2327	2^(13/24)	1,455653183	650	Radice 24/13 di 2	2^(13/24)
	Quinta giusta equabile	2506	2^(7/12)	1,498307077	700	Radice 12/7 di 2	2^(7/12)
Sol	Quinta giusta naturale	2513	3/2	1,5	702	Quinta	3/2
Sol	Quinta giusta greca	2513	3/2	1,5	702	Quinta	3/2
	15 quarti di tono equabili	2685	2^(5/8)	1,542210825	750	Radice 8/5 di 2	2^(5/8)
Sol#	Quinta eccedente naturale	2766	25/16	1,5625	772,6	Quinta + Semitono. crom. naturale	3/2 * 25/24
Lab	Sesta minore greca	2836	128/81	1,5802469136	792,2	3 Ottave - 4 Quinte	8 * (2/3)^4
	Sesta minore equabile	2864	2^(2/3)	1,587401052	800	Radice 3/2 di 2	2^(2/3)
Lab	Sesta minore naturale	2913	8/5	1,6	813,7	Sesta magg. nat. - Semitono crom. nat.	5/3 * 24/25
Sol#	Quinta eccedente greca	2920	6561/4096	1,6018066406	815,6	8 Quinte - 4 Ottave	(3/2)^8 * 1/16
	17 quarti di tono equabili	3043	2^(17/24)	1,633915453	850	Radice 24/17 di 2	2^(17/24)
La	Sesta maggiore naturale	3166	5/3	1,6666666667	884,4	Ottava - Terza minore naturale	2 * 5/6
	Sesta maggiore equabile	3222	2^(3/4)	1,681792831	900	Radice 4/3 di 2	2^(3/4)
La	Sesta maggiore greca	3243	27/16	1,6875	905,9	3 Quinte - 1 Ottava	(3/2)^3 * 1/2
	19 quarti di tono equabili	3401	2^(19/24)	1,731073122	950	Radice 24/19 di 2	2^(19/24)
La#	Sesta eccedente naturale	3419	125/72	1,7361111111	955	Sesta magg. nat. + Semit. crom. nat.	5/3 * 25/24
Sib	Settima minore greca	3566	16/9	1,7777777778	996,1	2 Ottave - 2 Quinte	4 * (2/3)^2
	Settima minore equabile	3580	2^(5/6)	1,781797436	1000	Radice 6/5 di 2	2^(5/6)
Sib	Settima minore naturale	3643	9/5	1,8	1017,6	Settima magg. nat. - Semit. crom. nat.	15/8 * 24/25
La#	Sesta eccedente greca	3650	59049/32768	1,8020324707	1019,6	10 Quinte - 5 Ottave	(3/2)^10 * 1/32
	21 quarti di tono equabili	3759	2^(7/8)	1,834008086	1050	Radice 8/7 di 2	2^(7/8)
Dob	Ottava diminuita greca	3889	4096/2187	1,8728852309	1086,3	5 Ottave - 7 Quinte	32 * (2/3)^7
Si	Settima maggiore naturale	3896	15/8	1,875	1088,3	1 Quinta + 1 Terza magg. naturale	3/2 * 5/4
	Settima maggiore equabile	3938	2^(11/12)	1,87748625	1100	Radice 12/11 di 2	2^(11/12)
Si	Settima maggiore greca	3973	243/128	1,8984375	1109,8	5 Quinte - 2 Ottave	(3/2)^5 * 1/4
Dob	Ottava diminuita naturale	4043	48/25	1,92	1129,3	Ottava - Semitono cromatico naturale	2 * 24/25
	23 quarti di tono equabili	4117	2^(23/24)	1,943063882	1150	Radice 24/23 di 2	2^(23/24)
Si#	Settima eccedente naturale	4149	125/64	1,953125	1158,9	Settima magg. nat. + Semit. crom. nat.	15/8 * 25/24
Do	Ottava	4296	2/1	2	1200	Ottava	2